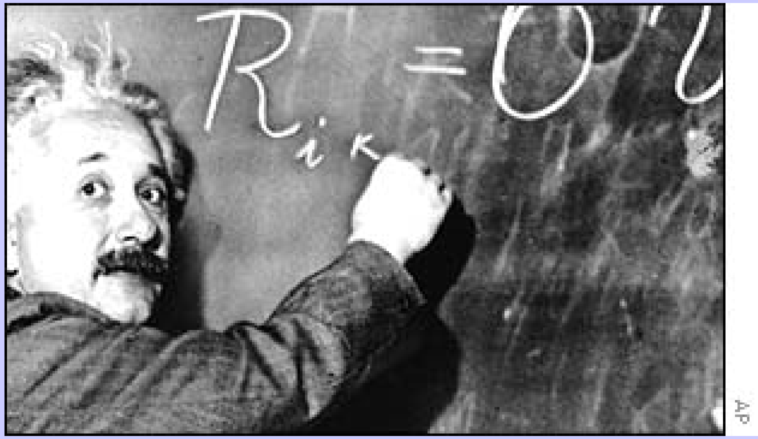
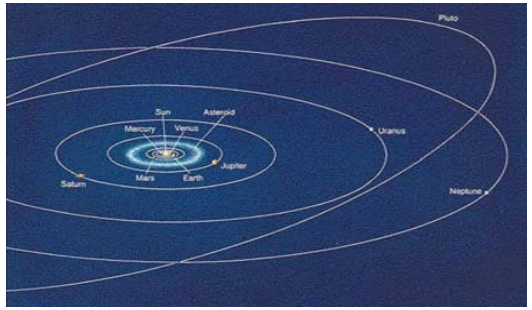
Einstein Alan Denklemleri



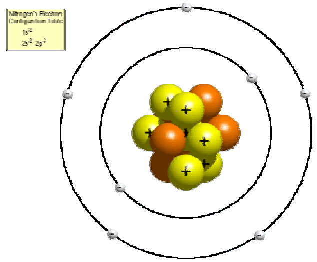
<u>**TEMEL KUVVETLER:**</u> *Mertebe:*

1 – KÜTLE ÇEKİM KUVVETİ $\sim 10^{-42}$



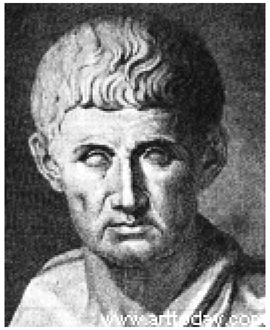
2 – ELEKTROMAGNETİK KUVVET $\sim 10^{-2}$

3 – ZAYIF ÇEKİRDEK KUVVETİ $\sim 10^{-13}$



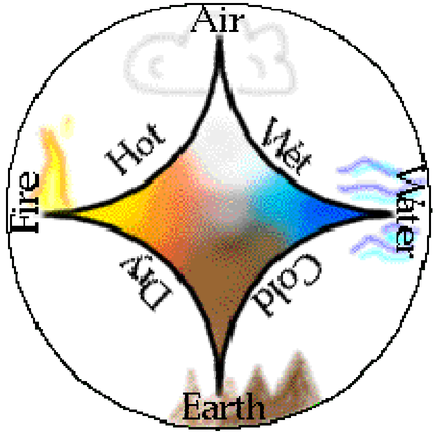
4 – GÜÇLÜ ÇEKİRDEK KUVVETİ ~ 10

Kütle Çekim Kuvveti

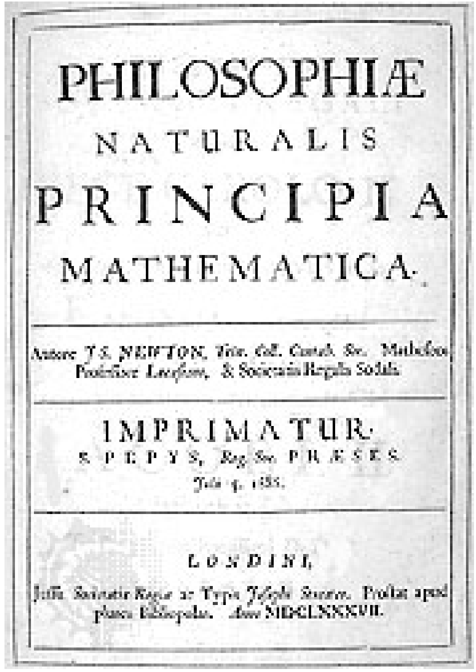


Aristote

"Serbest düşmek cisimlerin doğal bir halidir."



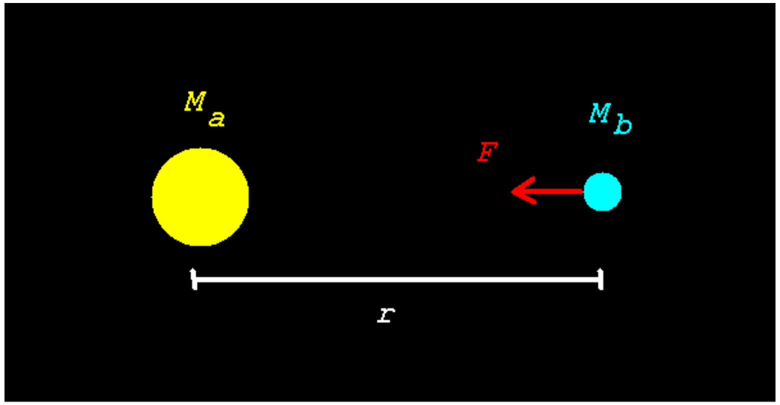
"Cisimlerin doğal hali eylemsiz olmaktır."


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.



$$F = G\,\frac{M_a\,M_b}{r^2}$$

Newton’nun çekim teorisi astronomik gözlemler ile uyumludur. Ancak çok yüksek çekim alanlarında ve çok büyük ölçeklerde geçerliliğini yitirir.

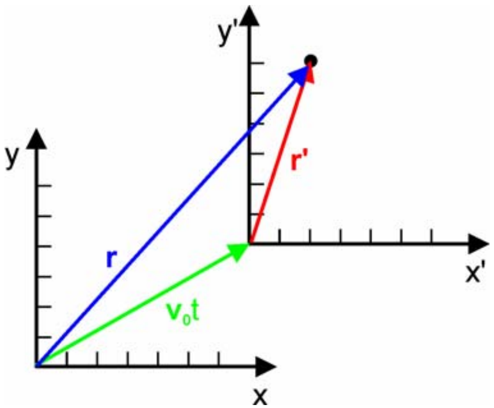
James Clerk
Maxwell

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 4\pi k \rho$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla x\, E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla\, x\, B = \frac{4\pi k}{c^2} J + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$$

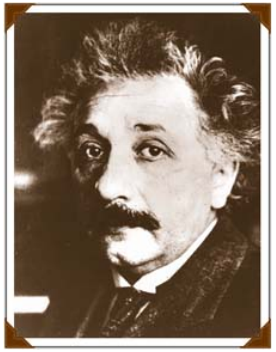


Galilei dönüşümleri : $\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{V}_0 t$

$$t' = t$$

Problem:

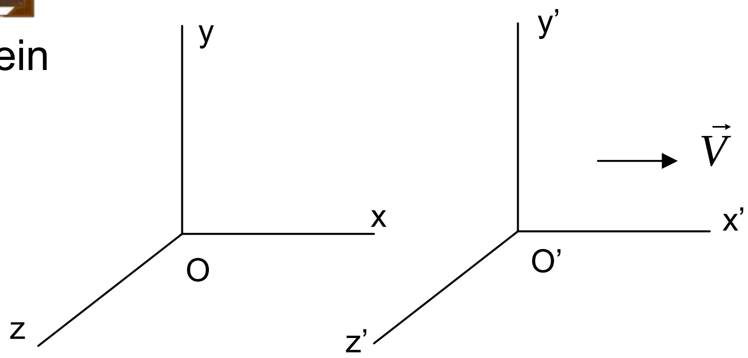
Elektromagnetizma’nın yasaları Galilei dönüşümleri altında değişiyor.

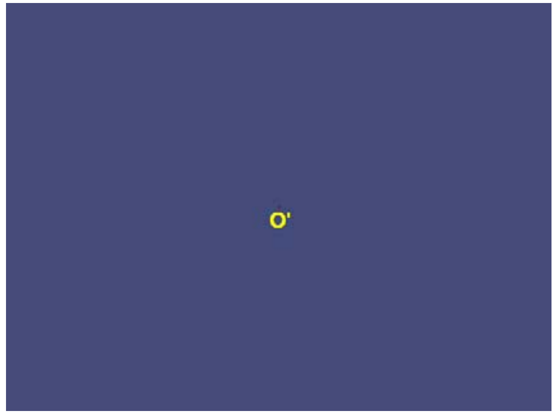


Albert Einstein

*1905 Özel Görelilik Kuramı

Fizik yasalarının Galilei çerçevelerindeki değişmezliği.





$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

$$\begin{pmatrix} ct & x & y & z \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct' & x' & y' & z' \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$x^{\mu}\eta_{\mu\nu}x^{\nu} = x'^{\mu}\eta_{\mu\nu}x'^{\nu}$$

η 'nın izometrileri:

$$L_\xi \eta = 0$$

$$\nabla_\alpha \xi_\beta + \nabla_\beta \xi_\alpha = 0$$

$$\boxed{\text{Poincare' Grubu > Lorentz Grubu, Uzay-zaman Ötelemeleri}}$$

$$SO(3,1) \qquad\qquad T(4)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{r}\,' &= \vec{r} + \frac{\left(\vec{\beta}.\vec{r}\right)\vec{\beta}}{\beta^2}\left(\gamma - 1\right) - \vec{\beta}\gamma c t \\ t' &= \gamma t - \left(\vec{\beta}.\vec{r}\right)\frac{\gamma}{c} \end{aligned}\right\}$$

Lorentz Dönüşümleri

$$\Lambda \in SO(3,1)$$

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{V}}{c} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Lambda_\alpha{}^\beta \Lambda_\rho{}^\sigma \eta_{\beta\sigma} = \eta_{\alpha\rho}$$

Isaac Newton

Leonhard Euler

Immanuel Kant

.
.
.

Uzay ve Zaman Mutlaktır.

Gottfried W. von Leibniz

Bishop George Berkeley

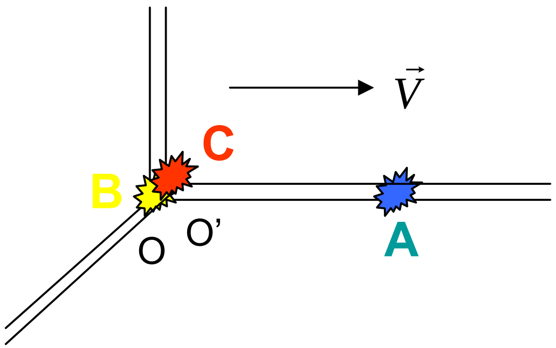
Ernst Mach

.
.
.

Uzay ve Zaman Mutlak Değildir.

"*Şimdi*, insan için özel bir şey olmasına rağmen, bu önemli fark fizik dahilinde var olamaz."

Albert Einstein



$t_B=t_A$, $t_B=t_C \Rightarrow t_A=t_C$ Zamanın geçişlilik özelliği.

$t'_A \neq t'_C$ Zamanın geçişlilik özelliği bozulur !

Problem:

Newton’ nun kütle çekim yasası Lorentz dönüşümleri altında değişmez değil.

*1916 Genel Görelilik Kuramı

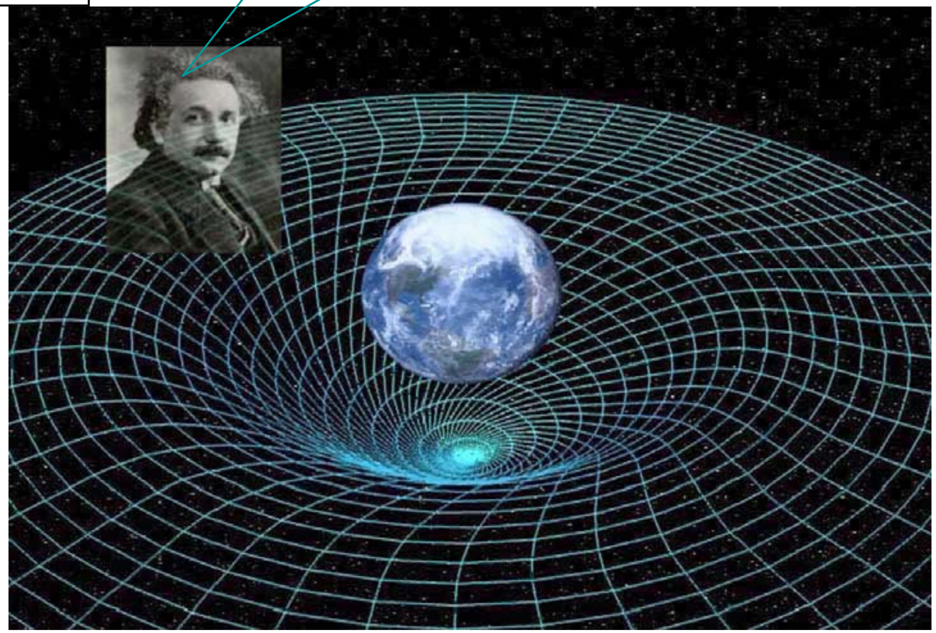
Fizik yasalarının tüm çerçevelerdeki değişmezliği.

Einstein Eşdeğerlik Prensibi ve yeni bir çekim teorisi.

$$\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma^\mu_{\rho\sigma}\frac{dx^\rho}{d\lambda}\frac{dx^\sigma}{d\lambda} = 0$$

“Serbest düşmek cisimlerin doğal bir halidir.”

Uzayzamanın eğriliğini ne belirler ?



Ricci Skaleri

Ricci Tensörü

Enerji-momentum Tensörü

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

$$T^{\alpha\beta}(x) = \sum_n p_n^{\ \alpha} \frac{dx_n^{\ \beta}(t)}{dt} \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_n(t))$$

Bu denklemin sol yanı geometrik ve güzel, sağ yanı ise daha kolay öngörülebilirdir.

A. Einstein

$$\nabla_{[\lambda} R_{\rho\sigma]\mu\nu} = 0$$ II. Bianchi özdeşliği

$$\begin{aligned} 0 &= g^{\nu\sigma} g^{\mu\lambda} (\nabla_\lambda R_{\rho\sigma\mu\nu} + \nabla_\rho R_{\sigma\lambda\mu\nu} + \nabla_\sigma R_{\lambda\rho\mu\nu}) \\ &= \nabla^\mu R_{\rho\mu} - \nabla_\rho R + \nabla^\nu R_{\rho\nu} \ , \end{aligned}$$

$$\nabla^\mu R_{\rho\mu} = \frac{1}{2} \nabla_\rho R \Rightarrow \boxed{\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0}$$ Enerji-Momentumun Korunumu

$$S_H = \int d^n x \mathcal{L}_H$$ Hilbert eylemi.

$$\mathcal{L}_H = \sqrt{-g} R$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 0$$ Boşluk Einstein Alan Denklemleri.

Einstein Alan Denklemlerinin Bazı Çözümleri:

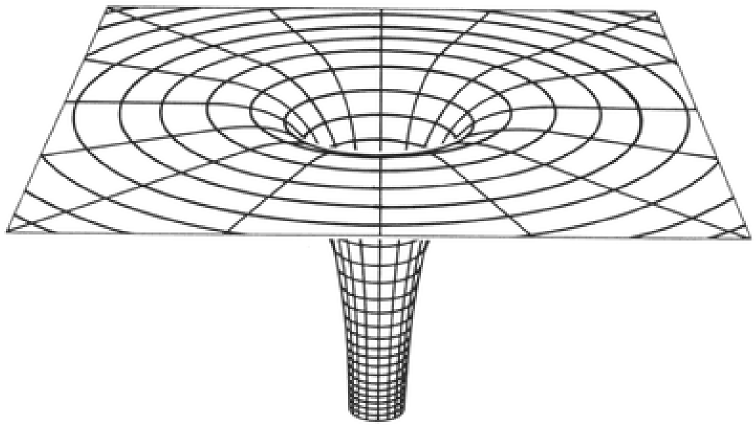
(1)-Minkowski metriği : $ds^2 = -dt^2+dx^2+dy^2+dz^2$

(2)-Schwarzschild metriği :

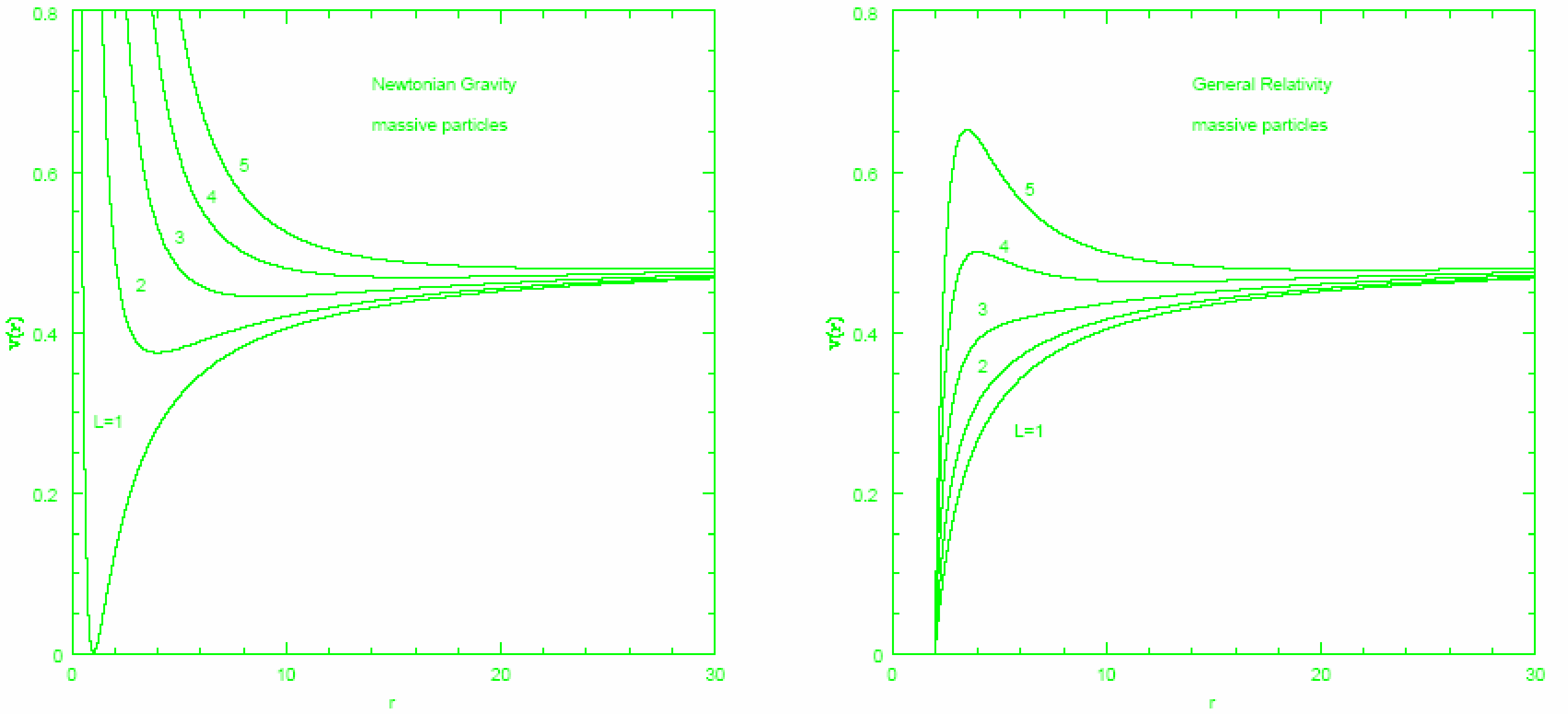
$$ds^2 = -\left(1-\frac{2GM}{r}\right)\mathrm{d}t^2 + \left(1-\frac{2GM}{r}\right)^{-1}\mathrm{d}r^2 + r^2 d\Omega^2$$

$$d\Omega^2 = \mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\ \mathrm{d}\phi^2$$

Küresel simetrik vakum uzayzamanları tasvir eder.



r=0 ve r=2GM noktaları tekil.



Newtonian Gravity
massive particles
L=1
2
3
4
5
v(r)
r
0
10
20
30
0.2
0.4
0.6
0.8
General Relativity
massive particles

(3)-Kerr metriği :

$$ds^2 = -\mathrm{d}t^2 + \frac{\rho^2}{\Delta}\mathrm{d}r^2 + \rho^2\mathrm{d}\theta^2 + (r^2+a^2)\sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2 + \frac{2GMr}{\rho^2}(a\sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi - \mathrm{d}t)^2$$

$$\Delta(r) = r^2 - 2GMr + a^2$$

$$\rho^2(r,\theta) = r^2 + a^2\cos^2\theta$$

Eksensel simetrik durağan uzayzamanları tasvir eder.

(4)-Friedmann-Robertson-Walker metriği :

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{\mathrm{d}r^2}{1-kr^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2)\right]$$

k=-1 açık uzay

k=+1 kapalı uzay

k=0 düz uzay

Uzayın mükemmel akışkan ile dolu olduğu kabul edilir.

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & g_{ij}\, p & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

ρ: Enerji yoğunluğu
p :Basınç

Madde baskın evren	p=0
Radyasyon baskın evren	p=1/3ρ
Vakum baskın evren	p= - ρ

Hubble parametresi

Friedmann denklemleri :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)\ ,$$

a=0 tekilliği
Big Bang

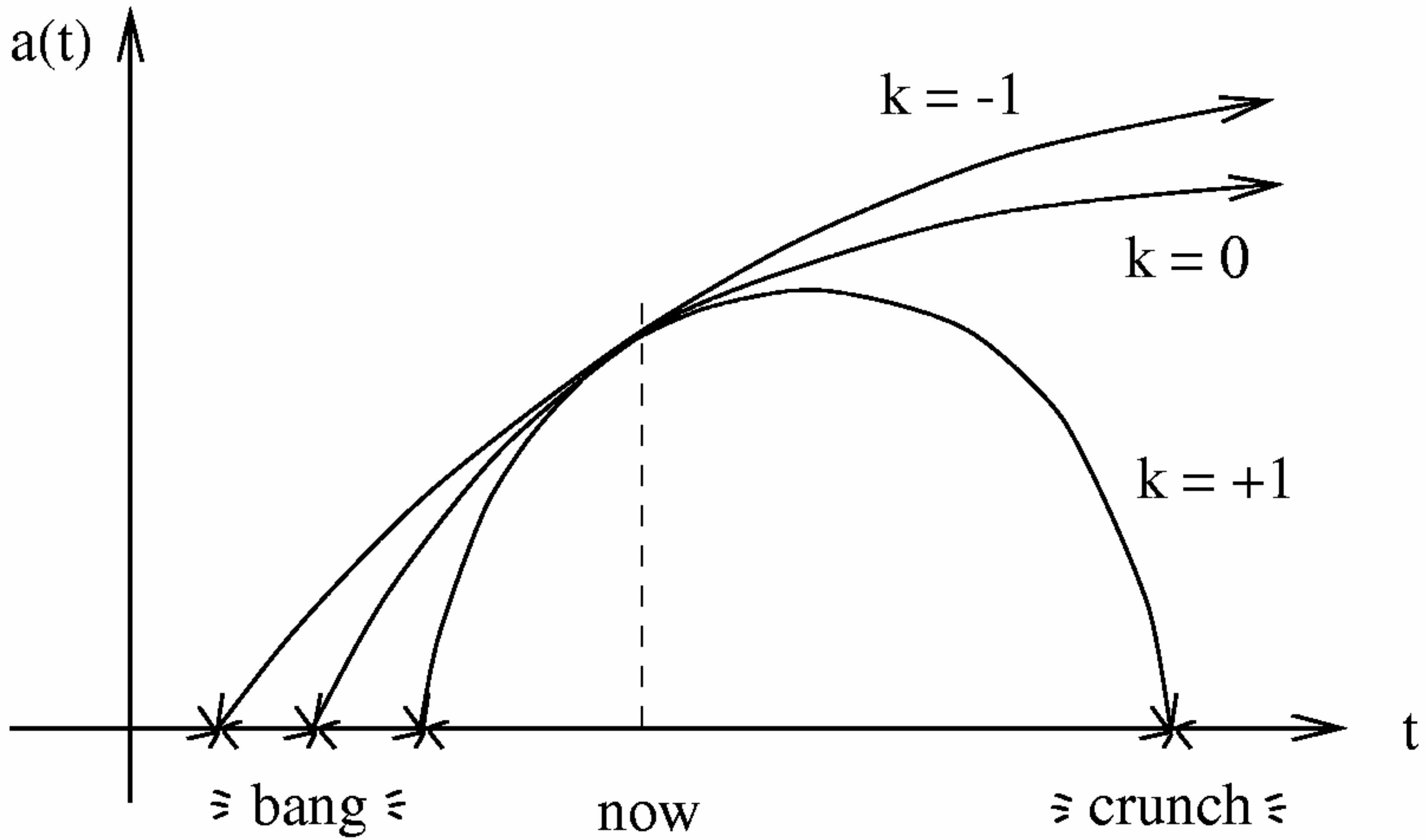
$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}\ .$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \qquad \rho_{kritik} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

$\rho < \rho_{kritik}$ ➡ açık

$\rho = \rho_{kritik}$ ➡ düz

$\rho > \rho_{kritik}$ ➡ kapalı


a(t)
k = -1
k = 0
k = +1
t
bang
now
crunch

(5)-Gödel metriği :

Kurt Gödel 1949 yılında, Einstein alan denklemlerinin yeni ve zamanın doğasına ilişkin son derece ilginç sonuçları olan bir tam çözümünü veren çalışmasını yayınladı. (**Rev. Mod. Phys. 21;447-450.**) Bu çalışma başta Einstein olmak üzere pek çok fizikçinin kafasında, Genel Görelilik Kuramının doğruluğuna ilişkin kuşkuların oluşmasına yol açmıştır. Sonunda Einstein, bu çözümlerin fiziksel olmadığını öne sürmüştür.

Gödel ve Einstein (1950)

Gödel metriği, Einstein denklemlerinin sadece maddeden oluşan (**p=0**, toz) ve Λ kozmolojik sabitini içeren bir dönen evren için çözümünü verir.

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 - \tfrac{1}{2}\exp\left(2(\sqrt{2})\,\omega x\right)dy^2 + dz^2 - 2\exp\left((\sqrt{2})\,\omega x\right)dt\,dy,$$

$$T_{\alpha\beta} = \rho u_\alpha u_\beta, \quad u_\alpha = \frac{dx_\alpha}{d\tau}$$

ω: Evrenin dönmesine ilişkin parametre (açısal hız).

Einstein alan denklemlerinin sağlanması için,

$$u^{\alpha} = \delta^{\alpha}{}_{0} \quad \text{ve} \quad 4\pi\rho = \omega^2 = -\Lambda$$

olmalıdır. *Bu ise kozmolojik sabitin ince ayarlanmasını gerektirir.*

Gödel metriğinin en ilginç yanı, *kapalı zamansal eğriler* içermesidir.

$$g = g_1 \oplus g_2 \qquad M_1 = \mathbb{R}^3, \quad koor.: \ (t, x, y)$$

$$M_2 = \mathbb{R}^1, \quad koor.: \ z$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathrm{d}s_1{}^2 = -\mathrm{d}t^2 + \mathrm{d}x^2 - \frac{1}{2}\exp\left(2(\sqrt{2})\,\omega x\right)\mathrm{d}y^2 - 2\exp\left((\sqrt{2})\,\omega x\right)\mathrm{d}t\,\mathrm{d}y \\ \mathrm{d}s_2{}^2 = \mathrm{d}z^2 \end{array} \right\}$$

M_1 üzerinde yeni (t', r, ϕ) koordinatlarını aşağıdaki şekilde tanımlayalım:

$$\exp((\sqrt{2})\,\omega x) = \cosh 2r + \cos\phi \sinh 2r,$$
$$\omega y \exp((\sqrt{2})\,\omega x) = \sin\phi \sinh 2r,$$
$$\tan \tfrac{1}{2}(\phi + \omega t - (\sqrt{2})\,t') = \exp(-2r) \tan \tfrac{1}{2}\phi,$$

Bu durumda g_1 metriği şu formu alır:

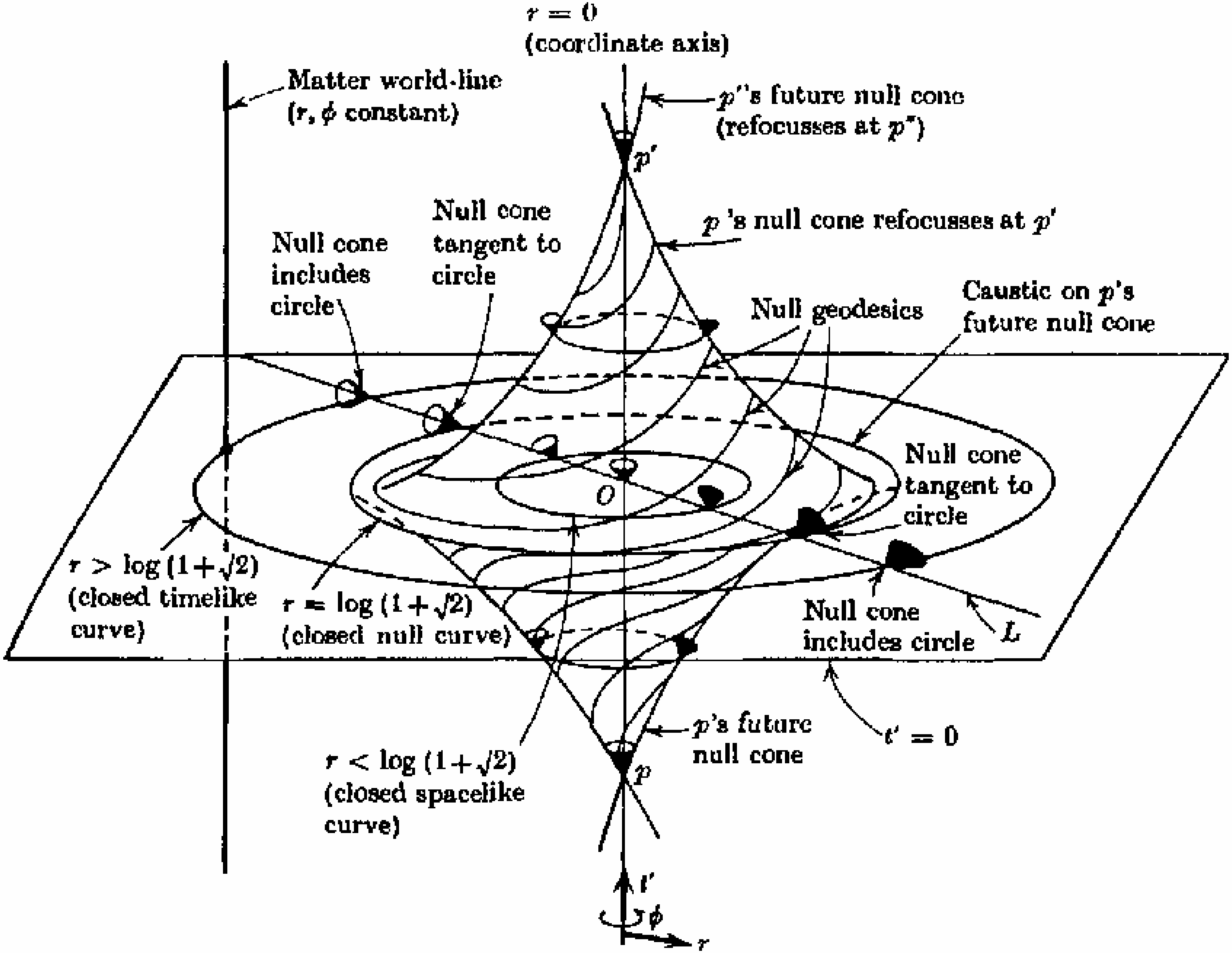
$$\boxed{\mathrm{d}s_1{}^2 = 2\omega^{-2}(-\mathrm{d}t'^2 + \mathrm{d}r^2 - (\sinh^4 r - \sinh^2 r)\,\mathrm{d}\phi^2 + 2(\sqrt{2})\sinh^2 r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}t),}$$

Gödel metriği fiziksel midir ?

Tekillik içermez !

Hubble genleşmesi yok ! Bing Bang ?

"A Remark about the Relationship between Theory of Relativity and Idealistic Philosophy" Gödel, K. (1949)



r = 0
(coordinate axis)
Matter world-line
(r, φ constant)
p′'s future null cone
(refocusses at p″)
p′
p 's null cone refocusses at p′
Null cone
tangent to
circle
Null cone
includes
circle
Null geodesics
Caustic on p's
future null cone
O
Null cone
tangent to
circle
r > log (1+√2)
(closed timelike
curve)
r = log (1+√2)
(closed null curve)
Null cone
includes circle
L
t′ = 0
p's future
null cone
p
r < log (1+√2)
(closed spacelike
curve)
t′
φ
r